

第5章：連続型確率分布

連続型確率変数とその分布

Excel の関数

`=rand()`

を利用することで、 $U(0, 1)$ に従う乱数（連続型の一様乱数）を発生させることが出来ます。

- $x \sim U(0, 1)$ のとき、その確率分布の概形をヒストグラムで描き、 $P(0.2 \leq x \leq 0.5)$ を計算してみましょう。
- その理論値はいくらになりますか。

正規分布

- 正規分布の形状に関する特徴を3つ挙げてください。

$x \sim N(0, 1^2)$ のとき、次の各問について考えてみましょう。

- Excelなどで標準正規分布表を作成してみましょう。
- $P(x \geq 2)$ はいくつですか。
- $P(0 \leq x \leq 1)$ はいくつですか。
- $P(-1 \leq x \leq 0)$ はいくつですか。
- $P(-a \leq x \leq a) \doteq 0.95$ となるような a の値はおよそいくつですか。
- $P(-a \leq x \leq a) \doteq 0.90$ となるような a の値はおよそいくつですか。

正規分布と確率計算

過去の傾向から、商品Xの月間売上個数は、正規分布 $N(1000, 200^2)$ に従うという。

- 月に1度しか注文できない商品Xの在庫を、どの程度にするか検討するあなたは、今月は90%の確率で在庫切れしない量を確保しておこうと考えている。その条件を満たす最小在庫量は何個ですか。

大学受験などにおいて、全員の得点の分布 X が正規分布に従う場合、 X を全体との比較のために「偏差値」 Z へと変換することがよく行われており、 $\frac{X-\mu}{\sigma} * 10 + 50 = Z \sim N(50, 10^2)$ であることが知られている。

- とある学習塾では合格実績をアップさせる施策として、特待生テストを受けてもらい、その受験者全体の上位5%程度にあたる学生には毎月の授業料を25,000円値引くことを行っている。

この特待生テストの点数分布 X は、過去の傾向から $X \sim N(60, 15^2)$ であることが分かっているとする。このとき、ある年の全国での特待生テスト受験者が1,000名であった場合に、特待生合格者が全員この学習塾に通い、最低1年間は退会しなかったと仮定すると、想定される授業料の（最大）年間値引総額はいくらになりますか。

中心極限定理

有料メルマガ配信サービス「めるまぐ」では、定期的に利用者の中から抽選で1,000名に対し、期間限定ポイントを1,000ポイント付与している。このうち、過去のデータでは平均（1人あたり）600ポイントが利用されているという。（もちろん、このポイント利用額の分布は正規分布には従わない。また、この母標準偏差を $\sigma = 100$ ポイントとする。）

- 無作為抽出で1,000名にこのポイントを付与したとき、期間内に利用される平均（1人あたり）ポイント額はどのような分布に従うか。

なお、正規分布には「再生性」という性質があり、確率変数 X が $N(\mu, \sigma^2)$ に従うとき、その定数倍である cX は $N(c\mu, c^2\sigma^2)$ に従う。